

22.1.5 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象和性质

教学目标:

1. 使学生理解函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象与函数 $y=ax^2$ 的图象之间的关系。
2. 会确定函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象的开口方向、对称轴和顶点坐标。
3. 让学生经历函数 $y=a(x-h)^2+k$ 性质的探索过程, 理解函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的性质。

重点难点:

重点: 确定函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象的开口方向、对称轴和顶点坐标, 理解函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象与函数 $y=ax^2$ 的图象之间的关系, 理解函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的性质是教学的重点。

难点: 正确理解函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象与函数 $y=ax^2$ 的图象之间的关系以及函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的性质是教学的难点。

教学过程:

一、提出问题

1. 函数 $y=2x^2+1$ 的图象与函数 $y=2x^2$ 的图象有什么关系?
(函数 $y=2x^2+1$ 的图象可以看成是将函数 $y=2x^2$ 的图象向上平移一个单位得到的)
2. 函数 $y=2(x-1)^2$ 的图象与函数 $y=2x^2$ 的. 图象有什么关系?
(函数 $y=2(x-1)^2$ 的图象可以看成是将函数 $y=2x^2$ 的图象向右平移 1 个单位得到的, 见 P10 图 26. 2. 3)
3. 函数 $y=2(x-1)^2+1$ 图象与函数 $y=2(x-1)^2$ 图象有什么关系? 函数 $y=2(x-1)^2+1$ 有哪些性质?

二、试一试

你能填写下表吗?

	$y=2x^2$ 的图象	向右平移 1 个单位	$y=2(x-1)^2$	向上平移 1 个单位	$y=2(x-1)^2+1$ 的 图象
开口方向	向上				
对称轴	y 轴				
顶 点	(0, 0)				

问题 2: 从上表中, 你能分别找到函数 $y=2(x-1)^2+1$ 与函数 $y=2(x-1)^2$ 、 $y=2x^2$ 图象的关系吗?

问题 3: 你能发现函数 $y=2(x-1)^2+1$ 有哪些性质?

对于问题 2 和问题 3, 教师可组织学生分组讨论, 互相交流, 让各组代表发言, 达成共识;

函数 $y=2(x-1)^2+1$ 的图象可以看成是将函数 $y=2(x-1)^2$ 的图象向上平移 1 个单位得到的, 也可以看成是将函数 $y=2x^2$ 的图象向右平移 1 个单位再向上平移 1 个单位得到的。

当 $x < 1$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而减小, 当 $x > 1$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而增大; 当 $x=1$ 时, 函数取得最小值, 最小值 $y=1$ 。

三、做一做

问题 4: 在图 26. 2. 3 中, 你能再画出函数 $y=2(x-1)^2-2$ 的图象, 并将它与函数 $y=2(x-1)^2$ 的图象作比较吗?

教学要点

1. 在学生画函数图象时, 教师巡视指导;
2. 对“比较”两字做出解释, 然后让学生进行比较。

问题 5: 你能说出函数 $y=-(x-1)^2+2$ 的图象与函数 $y=-x^2$ 的图象的关系, 由此进一

步说出这个函数图象的开口方向、对称轴和顶点坐标吗？

(函数 $y = -(x-1)^2 + 2$ 的图象可以看成是将函数 $y = -x^2$ 的图象向右平移一个单位再向上平移 2 个单位得到的，其开口向下，对称轴为直线 $x=1$ ，顶点坐标是 $(1, 2)$)

四、课堂练习： P13 练习 1、2、3、4。

对于练习第 4 题，教师必须提示：将 $-3x^2 - 6x + 8$ 配方，化为练习第 3 题中的形式，即

$$y = -3x^2 - 6x + 8 = -3(x^2 + 2x) + 8 = -3(x^2 + 2x + 1 - 1) + 8 = -3(x+1)^2 + 11$$

五、小结

1. 通过本节课的学习，你学到了哪些知识？还存在什么困惑？
2. 谈谈你的学习体会。

六、作业：

1. 已知函数 $y = -x^2$ 、 $y = -x^2 - 1$ 和 $y = -(x+1)^2 - 1$
 - (1) 在同一直角坐标系中画出三个函数的图象；
 - (2) 分别说出这三个函数图象的开口方向、对称轴和顶点坐标；
 - (3) 试说明：分别通过怎样的平移，可以由抛物线 $y = -x^2$ 得到抛物线 $y = -x^2 - 1$ 和抛物线 $y = (x+1)^2 - 1$ ；
 - (4) 试讨论函数 $y = -(x+1)^2 - 1$ 的性质。
2. 已知函数 $y = 6x^2$ 、 $y = 6(x-3)^2 + 3$ 和 $y = 6(x+3)^2 - 3$ 。
 - (1) 在同一直角坐标系中画出三个函数的图象；
 - (2) 分别说出这三个函数图象的开口方向、对称轴和顶点坐标；
 - (3) 试说明，分别通过怎样的平移，可以由抛物线 $y = 6x^2$ 得到抛物线 $y = 6(x-3)^2 + 3$ 和抛物线 $y = 6(x+3)^2 - 3$ ；
 - (4) 试讨论函数 $y = 6(x+3)^2 - 3$ 的性质；
3. 不画图象，直接说出函数 $y = -2x^2 - 5x + 7$ 的图象的开口方向、对称轴和顶点坐标。
4. 函数 $y = 2(x-1)^2 + k$ 的图象与函数 $y = 2x^2$ 的图象有什么关系？